



Politechnika
Wrocławska

Grafika komputerowa i komunikacja człowiek-komputer

Laboratorium nr 3
Modelowanie obiektów 3D

Szymon Datko
szymon.datko@pwr.edu.pl

Wydział Informatyki i Telekomunikacji,
Politechnika Wrocławska

semestr zimowy 2021/2022

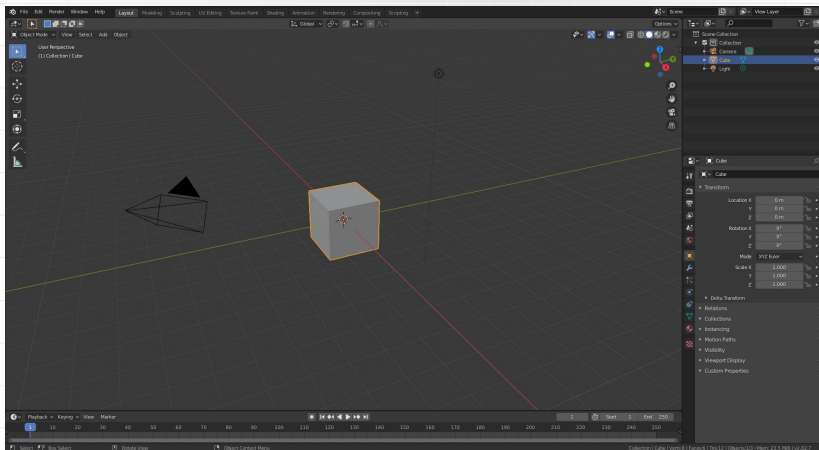


Cel ćwiczenia

1. Zrozumienie różnych sposobów definiowania modeli 3D.
2. Nabranie wprawy w definiowaniu brył przy pomocy wierzchołków.
3. Poznanie zasady działania mechanizmu bufora głębi.

Wykorzystanie edytora do modelowania obiektów*

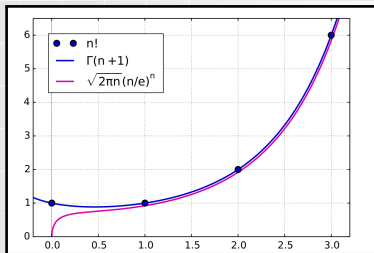
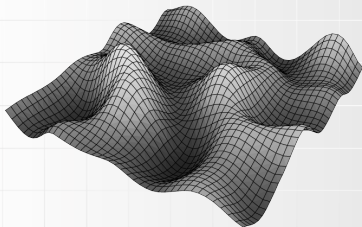
- ▶ Zbudowanie modelu za pomocą zestawu dedykowanych narzędzi.
- ▶ Eksport gotowego modelu jako tablicy wierzchołków, krawędzi, itd.



Opis przy pomocy równań parametrycznych

Ogólny pomysł:

- ▶ Znaleźć wzór funkcji, której przebieg, na jakimś ustalonym przedziale, dokładnie odzwierciedla pożądany przez nas kształt / powierzchnię.
- ▶ Współrzędne wykresu tej funkcji będą stanowiły wierzchołki modelu.
- ▶ Gęstość próbkowania w danym przedziale pozwala ustalić szczegółowość.
- ▶ Wszystkie dane można wyznaczać w miarę potrzeby – na żądanie!

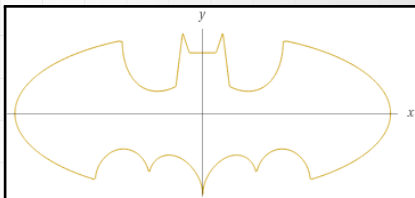


Źródła obrazów:

https://en.wikipedia.org/wiki/Stirling's_approximation

<https://www.scratchapixel.com/lessons/procedural-generation-virtual-worlds/perlin-noise-part-2/perlin>

Ciekawostka na temat odwzorowań matematycznych



$$\frac{x^2}{49a^2} + \frac{y^2}{9a^2} - 1 \leq 0 \text{ and } \left| \frac{x}{a} \right| \geq 4 \text{ and } -\frac{3\sqrt{33}}{7} \leq \frac{y}{a} \leq 0 \text{ or } \left| \frac{x}{a} \right| \geq 3 \text{ and } y \geq 0$$

or $-3 \leq \frac{y}{a} \leq 0$ and $-4 \leq \frac{x}{a} \leq 4$ and

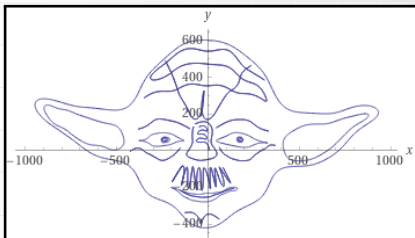
$$-\frac{(3\sqrt{33}-7)x^2}{112a^2} + \frac{|x|}{2} + \sqrt{1 - \left(\left|\frac{x}{a}\right| - 2\right)^2} - \frac{y}{a} - 3 \leq 0$$

or $y \geq 0$ and $\frac{3}{4} \leq \left|\frac{x}{a}\right| \leq 1$ and $-8\left|\frac{x}{a}\right| - \frac{y}{a} + 9 \geq 0$ or

$$\frac{1}{2} \leq \left|\frac{x}{a}\right| \leq 4 \text{ and } 3\left|\frac{x}{a}\right| - \frac{y}{a} + \frac{3}{4} \geq 0 \text{ and } y \geq 0 \text{ or}$$

$$\left|\frac{x}{a}\right| \leq \frac{1}{2} \text{ and } y \geq 0 \text{ and } \frac{4}{9} - \frac{y}{a} \geq 0 \text{ or } 1 \leq \left|\frac{x}{a}\right| \leq 3 \text{ and } y \geq 0$$

and $-\frac{|x|}{2} - \frac{3}{7}\sqrt{10}\sqrt{4 - \left(\left|\frac{x}{a}\right| - 1\right)^2} - \frac{y}{a} + \frac{6\sqrt{10}}{7} + \frac{3}{2} \geq 0$



$$r(t) = \left(-\frac{4}{7} \sin\left(\frac{3}{2}t\right) + \frac{879}{7} \sin\left(t + \frac{11}{7}\right) + \frac{113}{9} \sin\left(3t + \frac{11}{7}\right) + \frac{9}{10} \sin(4t + \frac{14}{9}) + \frac{32}{7} \sin\left(5t + \frac{11}{7}\right) + \frac{1}{3} \sin\left(6t + \frac{8}{5}\right) + \frac{26}{11} \sin\left(7t + \frac{11}{7}\right) + \frac{1}{3} \sin\left(8t + \frac{14}{9}\right) + \frac{3}{2} \sin\left(9t + \frac{11}{7}\right) + \frac{1}{11} \sin\left(10t + \frac{28}{19}\right) + \frac{8}{9} \sin\left(11t + \frac{11}{7}\right) + \frac{1}{7} \sin\left(12t + \frac{11}{7}\right) + \frac{5}{8} \sin\left(13t + \frac{19}{6}\right) - \frac{31}{6} \theta(75\pi - t) \theta(t - 71\pi) + \left(-\frac{1}{9} \sin\left(\frac{14}{9} - 10t\right) - \frac{8}{15} \sin\left(\frac{14}{9} - 8t\right) - \frac{101}{51} \sin\left(\frac{23}{11} - 7t\right) - \frac{121}{8} \sin\left(\frac{14}{9} - 6t\right) + \frac{21}{8} \sin\left(t + \frac{11}{7}\right) + \frac{441}{15} \sin\left(2t + \frac{11}{7}\right) + \frac{127}{38} \sin\left(3t + \frac{11}{7}\right) + \frac{129}{10} \sin\left(4t + \frac{19}{12}\right) + \frac{343}{19} \sin\left(5t + \frac{11}{7}\right) + \frac{2}{5} \sin\left(9t + \frac{8}{5}\right) + \frac{37}{5} \sin\left(11t + \frac{21}{13}\right) + \frac{1}{9} \sin\left(12t + \frac{41}{9}\right) + \frac{1}{7} \sin\left(13t + \frac{8}{5}\right) - \frac{273}{10} \theta(71\pi - t) \theta(t - 67\pi) + \left(\frac{1323}{10} \sin\left(t + \frac{11}{7}\right) + \frac{22}{15} \sin\left(2t + \frac{47}{10}\right) + \frac{210}{17} \sin\left(3t + \frac{11}{7}\right) + \frac{49}{13} \sin\left(4t + \frac{11}{7}\right) + \frac{17}{4} \sin\left(5t + \frac{19}{12}\right) + \frac{12}{23} \sin\left(6t + \frac{29}{19}\right) + \frac{18}{11} \sin\left(7t + \frac{19}{12}\right) + \frac{5}{4} \sin\left(8t + \frac{11}{7}\right) + \frac{22}{7} \sin\left(9t + \frac{8}{5}\right) - \frac{7}{9} \sin\left(10t + \frac{14}{9}\right) - \frac{5}{2} \sin\left(11t + \frac{14}{9}\right) + \frac{5}{11} \sin\left(12t + \frac{18}{11}\right) + \frac{12}{13} \sin\left(13t + \dots\right)$$

► "Matematycy stworzyli uniwersalny wzór na kształt jajka" (sierpień 2021)

– <https://kopalniawiedzy.pl/jajko-ksztalt-wzor,34175>

Źródła obrazów:

<https://www.wolframalpha.com/input/?i=batman+insignia+curve>

<https://www.wolframalpha.com/input/?i=yoda+curve>

Model realizowany w ramach zajęć – jajko

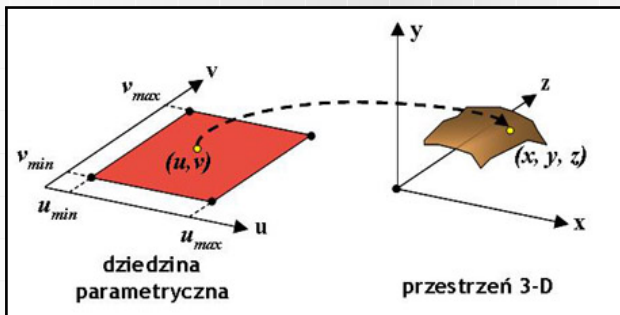
- Współrzędne wierzchołków można określić za pomocą układu równań,

$$x(u, v) = (-90 \cdot u^5 + 225 \cdot u^4 - 270 \cdot u^3 + 180 \cdot u^2 - 45 \cdot u) \cdot \cos(\pi \cdot v),$$

$$y(u, v) = 160 \cdot u^4 - 320 \cdot u^3 + 160 \cdot u^2 - 5,$$

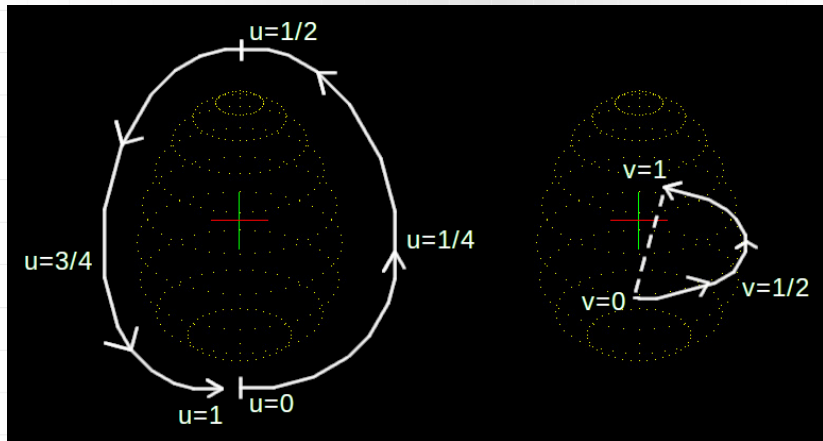
$$z(u, v) = (-90 \cdot u^5 + 225 \cdot u^4 - 270 \cdot u^3 + 180 \cdot u^2 - 45 \cdot u) \cdot \sin(\pi \cdot v),$$

gdzie dziedziny u i v to przedziały $0 \leq u \leq 1$ oraz $0 \leq v \leq 1$.



W jaki sposób powstaje nasz model?

- ▶ Narysowanie odcinka od u_i do u_{i+1} spowoduje narysowanie linii pionowej.
- ▶ Narysowanie odcinka od v_i do v_{i+1} spowoduje narysowanie linii poziomej.



- ▶ Linia złożona z N punktów składa się z $N - 1$ odcinków o długości $\frac{L}{N-1}$.

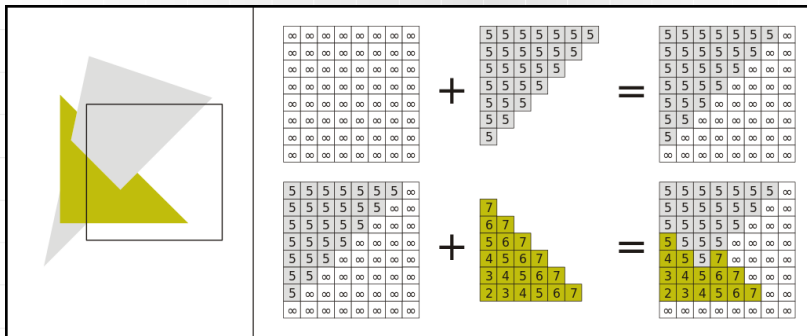
Nowości w przykładowym programie

- ▶ W funkcji `update_viewport()` zakresy rysowania ustalono na $[-7.5; 7.5]$.
- ▶ Włączono mechanizm bufora głębi.
 - Dodano `glEnable(GL_DEPTH_TEST)` w funkcji `startup()`.
 - Dodano `glClear(GL_DEPTH_BUFFER_BIT)` w funkcji `render()`.
- ▶ Dodano funkcję `axes()`, rysującą uproszczony układ współrzędnych.
 - W funkcji `render()` dodano jej wywołanie, razem z `glLoadIdentity()`.

```
1| def axes():
2|     glBegin(GL_LINES)
3|
4|     glColor3f(1.0, 0.0, 0.0)
5|     glVertex3f(-5.0, 0.0, 0.0)
6|     glVertex3f(5.0, 0.0, 0.0)
7|
8|     glColor3f(0.0, 1.0, 0.0)
9|     glVertex3f(0.0, -5.0, 0.0)
10|    glVertex3f(0.0, 5.0, 0.0)
11|
12|    glColor3f(0.0, 0.0, 1.0)
13|    glVertex3f(0.0, 0.0, -5.0)
14|    glVertex3f(0.0, 0.0, 5.0)
15|
16|    glEnd()
```


Słowo na temat mechanizmu bufora głębi

- ▶ Działa analogicznie, jak bufor koloru – przechowuje dane każdego piksela.
- ▶ Pozwala na uzyskanie poprawnego przesłaniania obiektów w przestrzeni.
 - Domyślnie obiekty na rzutni pojawiają się w kolejności ich narysowania.
 - To znaczy, że obiekt z tyłu, narysowany później, zakrywa ten z przodu.
- ▶ Konsekwencje zastosowania mechanizmu:
 - Kolejność rasteryzacji obiektów nieprzeźroczystych nie ma znaczenia.
 - Wymaga dodatkowej pamięci graficznej do zaalokowania (nt. odległości).



Funkcja spin()

- ▶ Funkcja umożliwi proste zanimowanie obiektu i lepszą jego obserwację.

- ▶ Definicja funkcji:

```
1| def spin(angle):  
2|     glRotatef(angle, 1.0, 0.0, 0.0)  
3|     glRotatef(angle, 0.0, 1.0, 0.0)  
4|     glRotatef(angle, 0.0, 0.0, 1.0)
```

- ▶ Sposób wywołania:

- dodać `spin(time * 180 / 3.1415)` w funkcji `render()`,
- **przed** narysowaniem obiektu, **po** wywołaniu `glLoadIdentity()`.

- ▶ Działanie funkcji `glRotatef()` będzie przybliżone na kolejnych zajęciach!

- Następuje obrót o wartość kąta w stopniach (pierwszy argument),
- wokół osi obrotu opisanej przez wektor (trzy kolejne argumenty).

Koniec wprowadzenia.

Zadania do wykonania...

Zadania do wykonania (1)

Na ocenę **3.0** należy zbudować model jajka przy pomocy punktów.

Wskazówki:

- zadeklarować tablicę wierzchołków – o rozmiarze $N \times N \times 3$,
 - ▶ w języku Python jest to dosyć podchwytliwe dla nieobeznanych:
`tab = [[0] * 3 for i in range(N) for j in range(N)];`
 - ▶ można też użyć modułu **numpy**: `tab = numpy.zeros((N, N, 3));`
 - ▶ więcej: <https://docs.python.org/3/faq/programming.html#faq-multidimensional-list>;
- wyznaczyć N -elementowe tablice wartości dla parametrów u i v ,
 - ▶ pierwszą wartością musi być 0.0, zaś ostatnią – liczba 1.0;
- dla każdej pary u i v obliczyć i zapisać w tablicy wartości x , y i z ,
- w funkcji definiującej klatkę obrazu (`render()`) wyświetlić współrzędne,
 - ▶ elementy tablicy będą stanowiły wejście funkcji `glVertex()`,
 - ▶ posłużyć się prymitywem `GL_POINTS`;

Zadania do wykonania (2)

(po zrealizowaniu zadania poprzedniego)

Na ocenę **3.5** należy zbudować model jajka przy pomocy linii.

Wskazówki:

- w programie posłużyć się prymitywem `GL_LINES`,
- każdy element z dziedziny (u, v) połączyć z elementem sąsiadującym,
 - ▶ element (i, j) połączyć z elementami $(i + 1, j)$ oraz $(i, j + 1)$,
 - ▶ zwrócić uwagę na zakres indeksów i liczbę iteracji w pętli,
 - ▶ jeśli obiekt się nie domyka, zweryfikować czy na pewno używamy poprawnie całego zakresu dla parametrów $(u \in [0; 1]$ i $v \in [0; 1])$,
- dodatkowo należy zaimplementować obracanie się obiektu,
 - ▶ wykorzystać zaproponowaną funkcję `spin(angle)`,
 - ▶ argument *angle* może stanowić parametr *time* funkcji `render()`,
 - ▶ *time* traktować jako wartość kąta w radianach – $angle = time \cdot \frac{180}{\pi}$.

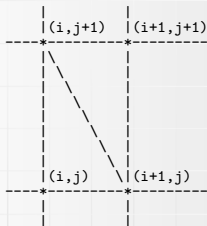
Zadania do wykonania (3)

(po zrealizowaniu zadania poprzedniego)

Na ocenę **4.0** należy zbudować model przy pomocy trójkątów.

Wskazówki:

- tym razem wykorzystać prymityw `GL_TRIANGLES`,
- każdy element dziedziny (u, v) połączyć z dwoma sąsiednimi elementami,
 - ▶ element (i, j) połączyć jednocześnie z $(i + 1, j)$ oraz $(i, j + 1)$,
 - ▶ konieczne będzie także narysowanie trójkąta dopełniającego;
- każdemu wierzchołkowi przypisać losowy kolor (ale bez efektu migotania).



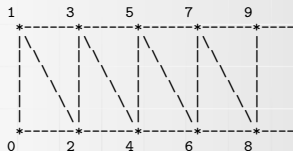
Zadania do wykonania (4)

(po zrealizowaniu zadania poprzedniego)

Na ocenę **4.5** należy zbudować model za pomocą prymitywu paskowego.

Wskazówki:

- wykorzystać poprawnie prymityw `GL_TRIANGLE_STRIP`,
- wystarczy każdą warstwę modelu zbudować za pomocą jednego paska,
 - ▶ celem jest zmniejszenie liczby wywołań funkcji `glVertex()`;
- zadbać o spójność modelu, wyeliminować artefakty łączenia na modelu,
 - ▶ konieczne może być odpowiednie nadpisanie wartości koloru na skrajnych wierzchołkach – brzegach dziedziny przestrzeni (u, v) .



Zadania do wykonania (5)

(po zrealizowaniu zadania poprzedniego)

Na ocenę **5.0** należy zbudować inny, dodatkowy model.

Wskazówki:

- wybrać jeden z przykładów zaproponowanych jako "zadania domowe",
 - ▶ dokument znajduje się na stronie prowadzącego,
 - ▶ interesuje nas po prostu zbudowanie nowego modelu,
 - ▶ wszelkie pozostałe szczegóły implementacyjne – według uznania.